УДК 531.539.3.62.752(031)

Е.М.ИВАНОВ, канд.техн.наук, ХНАДУ «ХАДИ»

УПРОЩЕННЫЙ МЕТОД ИДЕНТИФИКАЦИИ ПАРАМЕТРОВ КОЛЕБАТЕЛЬНЫХ СИСТЕМ

Запропоновано модифіковано спрощений метод визначення параметрів коливальних систем на базі резонансного методу ідентифікації параметрів коливальних систем, основаного на вимірюванні резонансних частот коливальних систем.

At switching of frequencies of power influence there are transitional processes in КС. Influence of frequency of entrance influence and АЧХ is shown on transitional processes.

В работе [2] рассматривается резонансный метод идентификации параметров колебательных систем КС с одной и двумя степенями свободы. Там же приводится структурная схема колебательной системы, по которой был проведен эксперимент. В этой схеме с использованием электродинамических вибровозбудителей (ЭДВ) представлено несколько звеньев обратных связей с вибродатчиками, интеграторами, фазовращателями, общий сумматор. Такая схема реализует предлагаемый в работе [2] метод. Однако такой эксперимент можно модифицировано упростить и в этом случае будет изменена частично математическая интерпретация метода. Поясним это утверждение. Представим, что никаких звеньев обратных связей создавать не надо. Имеем только прямой канал вибровозбуждения, причем не только с помощью ЭДВ, а любого другого, например, электромагнитного, электрогидравлического вибровозбудителя и т.д. Будем менять только массу одного или другого колебательного звена, то есть к прежней массе будем добавлять известную массу $\Delta m_k, k=\overline{1,n}$. Конкретно рассмотрим последовательно КС с одной степенью свободы и КС с двумя степенями свободы, на вход которых приложены гармонические возмущения.

На рис. 1 приведена диссипативная КС с одной степенью свободы, где m, b, c – масса, коэффициент демпфирования и жесткости соответственно; x – перемещение; F – гармоническое возмущение.

Резонансная частота такой системы записывается выражением

$$\omega_p = \sqrt{\omega_0^2 - 2h^2} , \qquad (1)$$

где $\omega_0 = \sqrt{c/m}$ – собственная частота консервативной системы ($b = 0$); $h = b/2m$ – показатель демпфирования.

Как известно [2], резонансный метод идентификации параметров КС основывается на измерении резонансных частот КС при изменении параметров этой системы, то есть можно представить

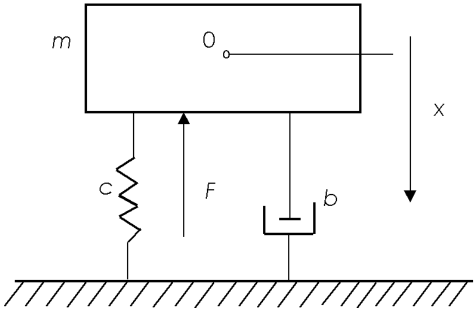

Рисунок 1

$$\omega_p = \sqrt{\frac{c \pm \Delta c}{m \pm \Delta m} - 2(h \pm \Delta h)^2}\ . \tag{2}$$

Если в (2) изменять Δc, Δm, Δh при неизменных m, c, h, то и ω_p будет меняться. Легче всего изменять массу m КС, то есть в эксперименте к прежней неизвестной массе m добавлять известные массы $\Delta m_1 = m_1$; $\Delta m_2 = m_2$; $\Delta m_3 = m_3$, например, гири. В этом случае резонансные частоты КС будут описываться соотношениями

$$\omega_{p_1}^2 = \frac{c}{m + m_1} - 2h^2\,, \tag{3}$$

$$\omega_{p_2}^2 = \frac{c}{m + m_2} - 2h^2\,, \tag{4}$$

$$\omega_{p_3}^2 = \frac{c}{m + m_3} - 2h^2\,. \tag{5}$$

Выразим из (3), (4), (5) величины m, c и h относительно резонансных частот ω_{p_k}, $k = \overline{1,3}$. В результате имеем

$$m = \frac{m_2\left(\omega_{p_2}^2 - \omega_{p_3}^2\right)(m_3 - m_1) - m_1\left(\omega_{p_1}^2 - \omega_{p_3}^2\right)(m_3 - m_2)}{\left(\omega_{p_1}^2 - \omega_{p_3}^2\right)(m_3 - m_2) - \left(\omega_{p_2}^2 - \omega_{p_3}^2\right)(m_3 - m_1)}\,, \tag{6}$$

$$c = \left(\omega_{p_1}^2 - \omega_{p_3}^2\right)\frac{(m + m_1)(m + m_3)}{m_3 - m_1} = \left(\omega_{p_2}^2 - \omega_{p_3}^2\right)\frac{(m + m_3)(m + m_2)}{m_3 - m_2}\,, \tag{7}$$

$$h = \frac{1}{\sqrt{2}}\left[\frac{\left(\omega_{p_2}^2 - \omega_{p_3}^2\right)\dfrac{(m + m_3)(m + m_1)}{m_3 - m_1}}{m_2 + \dfrac{m_2\left(\omega_{p_2}^2 - \omega_{p_3}^2\right)(m_3 - m_1) - m_1\left(\omega_{p_1}^2 - \omega_{p_3}^2\right)(m_3 - m_2)}{\left(\omega_{p_1}^2 - \omega_{p_3}^2\right)(m_3 - m_2) - \left(\omega_{p_2}^2 - \omega_{p_3}^2\right)(m_3 - m_1)}}\right]^{\frac{1}{2}} =$$

$$=\frac{1}{\sqrt{2}}\left[\frac{\left(\omega_{p_2}^2-\omega_{p_3}^2\right)\dfrac{(m+m_3)(m+m_2)}{m_3-m_1}}{m_1+\dfrac{m_2\left(\omega_{p_2}^2-\omega_{p_3}^2\right)(m_3-m_1)-m_1\left(\omega_{p_1}^2-\omega_{p_3}^2\right)(m_3-m_2)}{\left(\omega_{p_1}^2-\omega_{p_3}^2\right)(m_3-m_2)-\left(\omega_{p_2}^2-\omega_{p_3}^2\right)(m_3-m_1)}}\right]^{\frac{1}{2}}. \qquad (8)$$

Как видно (8) является очень громоздким. Поэтому легче h вычислять по формуле

$$h=\sqrt{\frac{1}{2}\left(\frac{c}{m+m_1}-\omega_{p_2}^2\right)}=\sqrt{\frac{1}{2}\left(\frac{c}{m+m_2}-\omega_{p_3}^2\right)}. \qquad (9)$$

В (9) величины m и c предварительно вычислены по (6) и (7), а $\omega_{p_1}, \omega_{p_2}, \omega_{p_3}$ – измерены в эксперименте. Следует заметить, что можно положить $m_1 = 0$ и тогда ω_{p_1} будет определяться выражением (1).

Таким образом, изменяя только массу КС, определили все параметры данной КС.

Далее рассмотрим КС с двумя степенями свободы. Оговоримся тем, что будем ориентироваться на КС, которая приведена в [2]. Ее схема изображена на рис. 2, где m_1, m_2 – массы; c_1, c_2 – коэффициенты жесткости; x_1, x_2 – перемещения.

Из [2] известно соотношение

$$\omega_{01}^2\omega_{02}^2=\frac{c_1c_2}{m_1m_2}, \qquad (10)$$

где ω_{01}, ω_{02} – собственные частоты этой КС. Эти частоты определяются выражениями [1, 2]

$$\omega_{01}=\left[\frac{1}{2}\left(\frac{c_1+c_2}{m_1}+\frac{c_2}{m_2}\right)-\sqrt{\frac{1}{4}\left(\frac{c_1+c_2}{m_1}+\frac{c_2}{m_2}\right)^2-\frac{c_1c_2}{m_1m_2}}\right]^{\frac{1}{2}}; \qquad (11)$$

$$\omega_{02}=\left[\frac{1}{2}\left(\frac{c_1+c_2}{m_1}+\frac{c_2}{m_2}\right)+\sqrt{\frac{1}{4}\left(\frac{c_1+c_2}{m_1}+\frac{c_2}{m_2}\right)^2-\frac{c_1c_2}{m_1m_2}}\right]^{\frac{1}{2}}. \qquad (12)$$

Следует заметить, что в выражениях (10), (11), (12) и других, касающихся КС с двумя степенями свободы, обозначения масс m_1 и m_2 не эквивалентно подобным обозначениям для КС с одной степенью свободы.

Итак, для данной КС будем изменять только массы звеньев, например, m_1: $m_1+\Delta m_1$; $m_1+\Delta m_{12}$; $m_1+\Delta m_{13}$ либо m_2: $m_2+\Delta m_2$; $m_2+\Delta m_{22}$; $m_2+\Delta m_{23}$. Тогда справедлива система уравнений

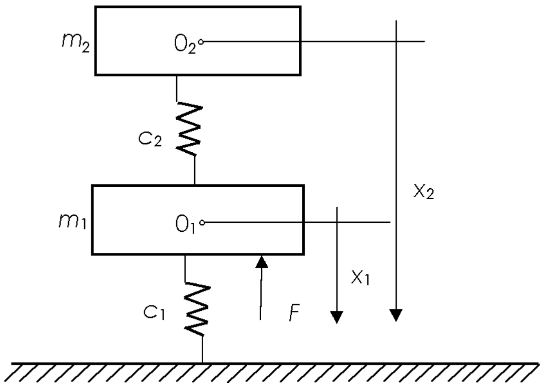

Рисунок 2

$$\left.\begin{aligned} \omega_{01}^2 \cdot \omega_{02}^2 &= \frac{c_1 c_2}{m_1 m_2}; \\ \omega_{011}^2 \cdot \omega_{021}^2 &= \frac{c_1 c_2}{(m_1 + \Delta m_1) m_2}; \\ \omega_{012}^2 \cdot \omega_{022}^2 &= \frac{c_1 c_2}{m_1 (m_2 + \Delta m_2)}. \end{aligned}\right\} \tag{13}$$

Из системы уравнений (13) получаем выражение для масс m_1 и m_2 КС в виде

$$m_1 = \frac{\Delta m_1}{\dfrac{\omega_{01}^2 \omega_{02}^2}{\omega_{011}^2 \omega_{021}^2} - 1}; \tag{14}$$

$$m_2 = \frac{\Delta m_2}{\dfrac{\omega_{01}^2 \omega_{02}^2}{\omega_{012}^2 \omega_{022}^2} - 1}. \tag{15}$$

Для определения коэффициентов жесткости c_1 и c_2 воспользуемся соотношениями (11) и (12). Из них получаем

$$\omega_{01}^2 + \omega_{02}^2 = \frac{c_1 + c_2}{m_1} + \frac{c_2}{m_2}, \tag{16}$$

$$\omega_{011}^2 + \omega_{021}^2 = \frac{c_1 + c_2}{m_1 + \Delta m_1} + \frac{c_2}{m_2}. \tag{17}$$

Из (16) и (17) выводим зависимости для c_1 и c_2 в виде

$$c_1 = \frac{1}{\Delta m_1}\left[m_1 (m_1 + m_2 + \Delta m_1)(\omega_{02}^2 + \omega_{01}^2) - (m_1 + \Delta m_1)(m_1 + m_2)(\omega_{021} + \omega_{011}^2)\right];$$

$$c_2 = \frac{\left[\left(\omega_{02}^2 + \omega_{01}^2\right)m_1 - c_1\right]m_2}{m_1 + m_2},$$

или из (10)

$$c_2 = \frac{m_1 m_2 \omega_{01}^2 \omega_{02}^2}{c_1}.$$

Таким образом, без использования системы обратных связей, управляющих совместно с задающим генератором вибровозбудителем, только простым изменением величин массы КС получены их параметры. Данный метод является теоретико-экспериментальным. Он апробирован в реальных условиях и подтвержден.

Список литературы: **1.** *Божко А.Е., Голуб Н.М.* Динамико-энергетические связи колебательных систем. – Киев: Наукова думка, 1980. – 188 с. **2.** *Божко А.Е., Иванова З.А., Личкатый Е.А.* Резонансный метод идентификации параметров колебательной системы с двумя степенями свободы // Проблемы машиностроения, 2000. – Т. 3. – № 3-4. – С. 56-61.

Поступила в редколлегию 8.07.2009

УДК 539.3

Р.Е.КОЧУРОВ, асп., НТУ «ХПИ»;
К.В.АВРАМОВ, докт.техн.наук, проф., НТУ «ХПИ»

НЕЛИНЕЙНЫЕ НОРМАЛЬНЫЕ ФОРМЫ И БЕГУЩИЕ ВОЛНЫ В ЦИЛИНДРИЧЕСКИХ ОБОЛОЧКАХ ПРИ ИХ ГЕОМЕТРИЧЕСКИ НЕЛИНЕЙНОМ ДЕФОРМИРОВАНИИ

Нелінійні параметричні коливання циліндричних оболонок описуються рівняннями Доннелла-Муштарі-Власова. Рухи представляються у вигляді багатомодового розкладання по формах коливань. Дискретизація проводиться методом Бубнова-Гальоркіна. За допомогою методу гармонійного балансу досліджуються хвилі, які біжать, і нелінійні нормальні форми в системі з дисипацією та без її.

Donnell's equations are used to analyze cylindrical shell nonlinear parametrical vibrations. The motions are presented as multi-mode expansion. To obtain a finite-degree-of-freedom model of shell motions the Bubnov-Galerkin method is applied. Nonlinear modes and traveling waves of shells are treated using harmonic balance method; the effect of structural damping is taken into account.

Введение. Большое число исследований посвящено анализу нелинейных колебаний тонкостенных цилиндрических оболочек. В работах [3, 4] рассмат-